

Chromodynamique quantique sur réseau

De la radioactivité au moment magnétique du muon

Laurent Lellouch (laurent.lellouch@cnrs.fr)

Centre de Physique Théorique (CNRS et Aix-Marseille Université), Campus de Luminy,
163 Avenue de Luminy, 13288 Marseille Cedex 9

La chromodynamique quantique (QCD) est la théorie qui décrit l'interaction forte, responsable entre autres de la cohésion des noyaux atomiques. Cette interaction devient hautement non linéaire lorsque les particules qui interagissent ont des impulsions relatives inférieures à environ 1 GeV/c. Dans ce régime, ses effets peuvent être calculés dans le formalisme de la QCD sur réseau, à l'aide de simulations massivement parallèles sur des super-ordinateurs.

Après une introduction historique à l'interaction forte, cet article explique ce qu'est la QCD et comment sont faits les calculs sur réseau. Il décrit ensuite le calcul d'une contribution QCD au moment magnétique du muon et comment les résultats qui en découlent participent à la recherche actuelle de nouvelles particules et interactions fondamentales.

De la radioactivité à la chromodynamique quantique

L'histoire de l'interaction nucléaire forte remonte à la découverte de la radioactivité par Henri Becquerel. La radioactivité est étudiée ensuite par Marie et Pierre Curie. Ils montrent que certaines substances telles que les sels d'uranium ou de radium émettent, spontanément, un rayonnement pénétrant extrêmement énergétique et ils identifient ce dernier comme étant une propriété intrinsèque des atomes composant ces sels. Ils découvrent qu'un gramme de radium fait bouillir 1,3 grammes de glace en une heure, et cela, autant de fois que souhaité. Le fait que cette source d'énergie semble inépuisable pousse même certains physiciens à mettre en doute la loi de la conservation de

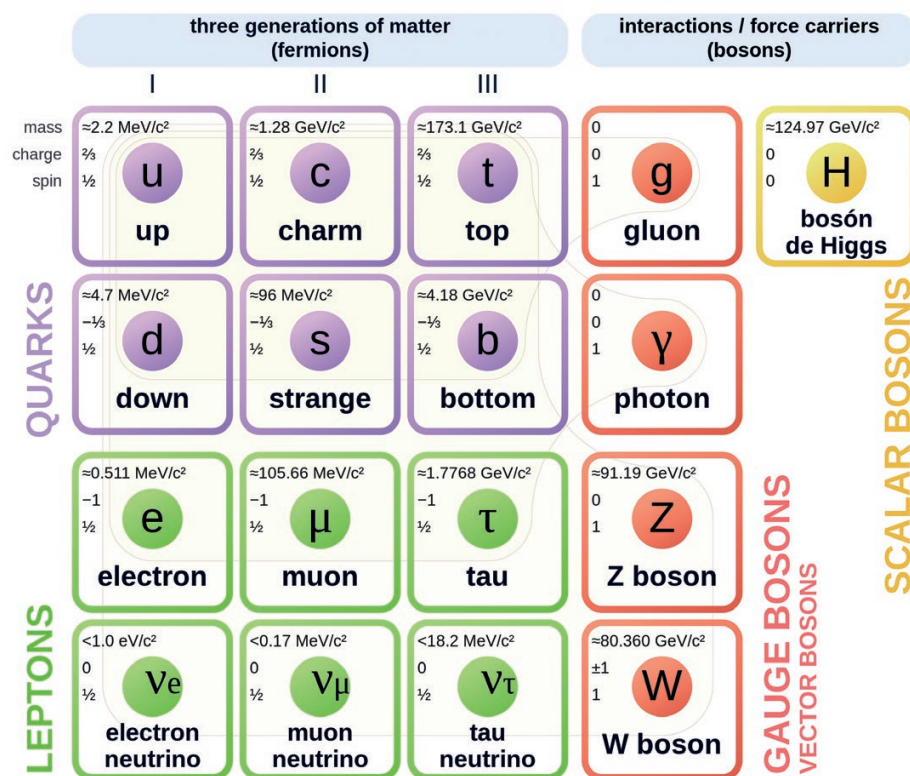
l'énergie. Henri Becquerel, Marie et Pierre Curie reçoivent le prix Nobel de physique en 1903 pour leurs travaux pionniers.

Quelques années plus tard, Ernest Rutherford montre que la radioactivité implique la transmutation d'un élément chimique en un autre. Il réussit à distinguer deux formes de radiation. L'une correspond à l'émission d'une particule α (un noyau d'hélium), l'autre à celle d'une particule β (un électron). Ces découvertes lui valent le prix Nobel de chimie en 1908. Néanmoins, c'est après ce prix que Rutherford effectue ses travaux les plus connus. En 1911, en faisant diffuser des particules α sur une feuille d'or, il montre, avec Hans Geiger et Ernest Marsden, que les atomes possèdent un noyau très petit (de l'ordre de 10^{-15} m) et très dense. De surcroît, en 1917 il réalise la première transmutation

nucléaire artificielle. Il démontre que le noyau de l'atome d'hydrogène, qui possède une charge égale et opposée à celle de l'électron, est un composant des noyaux atomiques, et il nomme ce composant proton. C'est sous la direction de Rutherford, en 1932, que James Chadwick identifie, comme autre composant du noyau, le neutron. Le neutron a une masse très proche de celle du proton, mais n'a pas de charge électrique. Cette découverte vaut à Chadwick le prix Nobel de physique en 1935.

Ces découvertes mettent les physiciens face à une énorme énigme : comment maintenir protons et neutrons liés au sein de minuscules noyaux, alors que la répulsion électrique entre protons veut les séparer violemment et que la gravitation est 36 ordres de grandeur trop faible pour contrecarrer cet effet ? Ils répon-

Standard Model of Elementary Particles



1. Bref aperçu du Modèle Standard de la physique des particules élémentaires.

Il est composé de trois générations de particules de matière (colonnes notées I, II et III), de quatre types de bosons de jauge et d'un boson de Higgs. Les particules de la première génération sont les principaux composants de la matière ordinaire. Les deux autres générations sont des répliques plus massives. On appelle « saveur de quark » le nombre quantique qui donne son nom à un quark. Un quark peut donc être de saveur u , d , s , c , b ou t . Les bosons de jauge sont les particules qui transmettent les interactions : l'interaction électromagnétique pour le photon, l'interaction nucléaire forte pour le gluon et l'interaction faible pour les $W^\pm$ et le Z^0 . Le champ de Higgs donne leur masse aux particules élémentaires, et le boson du même nom est la particule résiduelle de ce mécanisme de Brout-Englert-Higgs. L'interaction forte, qui nous concerne principalement ici, implique, directement, seulement quarks et gluons.

Crédits : MissMJ - Own work by uploader, PBS NOVA, Fermilab, Office of Science, United States Department of Energy, Particle Data Group, Public Domain, <https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=4286964>

dent à cette question en postulant l'existence d'une nouvelle force : l'interaction nucléaire forte, ou plus simplement l'interaction forte. Celle-ci doit être environ 200 fois plus forte que l'interaction électromagnétique à l'échelle du noyau et ne doit agir qu'à des distances de l'ordre du fermi (10^{-15} m), puisque qu'elle n'est pas perçue en dehors des noyaux atomiques.

En s'inspirant de l'emblématique théorie quantique des champs relativistes qu'est l'électrodynamique quantique (QED), Hideki Yukawa

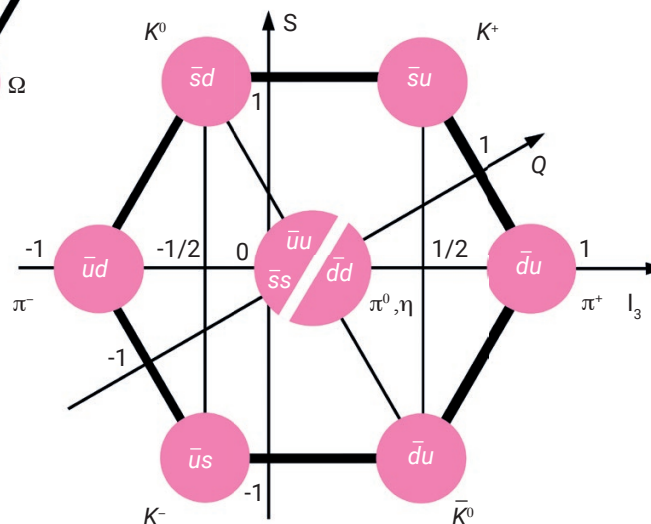
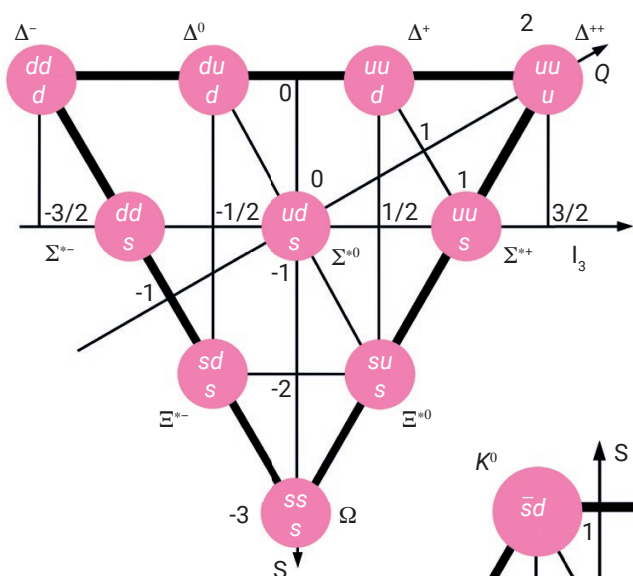
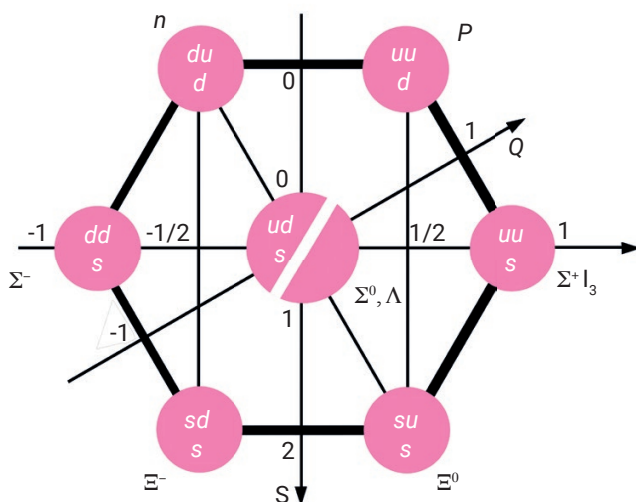
postule en 1934 l'existence de trois nouvelles particules, les mésons pi (les pions) π^+ , π^0 et π^- . Comme le photon qui véhicule l'interaction électromagnétique en QED, ces particules seraient médiatrices de l'interaction forte. Néanmoins, contrairement au photon qui n'a pas de masse, les pions doivent avoir une masse de plus de 200 fois celle de l'électron pour expliquer la courte portée de cette interaction. En effet, la portée d'une interaction est inversement proportionnelle à la masse de la particule qui la transmet. Ces pions

sont finalement observés dans les rayons cosmiques en 1947 et Yukawa est récompensé par le prix Nobel de physique en 1949.

Les décennies 1950-1970 sont à la fois l'âge d'or des hadrons et le moyen-âge de l'interaction forte. Le terme hadron dénote toute particule qui subit l'interaction forte, le proton et le neutron en étant les premiers exemples, et les pions en faisant aussi partie. Pendant ces deux décennies, dans les rayons cosmiques et dans les premiers collisionneurs de particules, des dizaines de hadrons sont découverts (ρ , Δ , Σ , Ξ , Ω , K ,...), dont certains avec une nouvelle propriété appelée « étrangeté ». Les physiciens se retrouvent complètement désespérés. Lesquelles de ces particules sont fondamentales ? Quelles sont les lois qui régissent leurs interactions ? Comment faire des prédictions ? La théorie quantique des champs relativistes, qui marche si bien pour l'interaction électromagnétique, peut-elle décrire cette multitude de particules, leurs propriétés et leurs interactions ? Freeman Dyson, l'un des pionniers de la QED, écrit même en 1960 que la « théorie correcte [de l'interaction forte] ne sera pas trouvée avant 100 ans ».

Bien qu'elle ne soit pas responsable des évolutions qui ont suivi, cette affirmation provocatrice en marque le début. Entre 1959 et 1964, Murray Gell-Mann, Yuval Ne'eman et George Zweig se rendent compte que la multitude de hadrons, découverte dans les expériences, peut être organisée en multiplets de particules ayant des propriétés similaires. Pour cela, ils supposent que les hadrons sont composés d'objets de spin 1/2, nommés « quarks » par Gell-Mann. Dans ce modèle, les quarks se déclinent en trois saveurs appelées *up*, *down* et *strange* (source de l'étrangeté découverte plus tôt). Il est supposé ensuite que l'interaction forte est invariante sous le groupe mathématique des transformations dans l'espace abstrait généré par ces trois saveurs. Les baryons, dont le proton et le neutron, sont composés de trois quarks, et les mésons, dont les pions, sont formés d'un quark et d'un antiquark. On obtient ainsi des multiplets de hadrons dont les membres sont reliés entre eux par les transformations du

>>>



2. Familles de hadrons légers dans la classification du groupe de Lie SU(3) de saveur de Gell-Mann et Ne'eman. Dans cette classification, les briques élémentaires sont les quarks qui existent en trois saveurs, *u* (*up*), *d* (*down*) et *s* (*strange*), reliées par les transformations du groupe. Le "3" de SU(3) correspond au nombre de saveurs. Les baryons sont composés de trois quarks, alors que les mésons le sont d'un quark et d'un antiquark. De haut en bas, il y a un octet de baryons de spin 1/2, un décuplet de baryons de spin 3/2 et un octet de mésons de spin 0. Les deux particules *n* et *p*, formant la première ligne de l'octet de baryons, sont le neutron et le proton. Pour les lecteurs connaissant la théorie des groupes, ce sont des diagrammes de poids. Dans chacun des deux octets et dans le décuplet, le nombre de quarks *u* augmente de gauche à droite (avec la valeur du nombre quantique I_3) et le nombre de quarks *s* augmente de haut en bas (avec la valeur du nombre quantique *S*). L'axe $Q = I_3 + (B + S)/2$ correspond à la charge électrique, avec *B* le nombre baryonique, qui est de 1/3 pour chaque quark et de -1/3 pour chaque antiquark. Les baryons ont donc $B = 1$ et les mésons $B = 0$.

Crédits : Trassiorf-Travail personnel, domaine public, <https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=3245878>, <https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=3245752>, <https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=3245899>.

>>>

groupe. Des exemples de tels multiplets sont donnés par les octets et décuplets de hadrons montrés dans la figure 2.

Outre le fait que les hadrons dans un même multiplet ont des masses proches, leurs taux de désintégration ainsi que d'autres propriétés sont approximativement reliés par des transformations de ce groupe dit « de saveur ». D'autre part, les quarks sont des fermions et les fonctions d'onde quantiques d'un état composé de plusieurs de ces particules doivent satisfaire la statistique de Fermi. Or, on peut montrer que cette statistique impose que la fonction d'onde du baryon de spin 3/2, Δ^{++} , doit être nulle, alors que le Δ^{++} existe bel et bien. En 1964-65, pour sauver le modèle, Oscar Greenberg d'un côté, et Moo-Young Han et Yochiro Nambu (ce dernier, prix Nobel de physique en 2008) de l'autre, proposent l'existence d'un nouveau nombre quantique : la « couleur ». Par analogie avec le système RGB (*red/green/blue*) des écrans vidéos, un quark porte l'une de ces trois couleurs. Celles-ci correspondent à trois états possibles du quark qui sont reliés par les transformations d'un nouveau groupe de symétrie, dit « de couleur ». Ce groupe de transformations est indépendant du groupe de saveur décrit plus haut. Dans cette extension du modèle, la fonction d'onde de couleur des baryons est totalement antisymétrique, permettant ainsi à la fonction d'onde totale du Δ^{++} de satisfaire la statistique de Fermi sans être nulle. De façon plus générale, les couleurs des quarks composant un hadron se combinent pour que l'état quantique du hadron soit invariant sous les transformations de couleur (neutre de couleur) comme lorsque que l'on obtient du blanc dans le système RGB. Ce modèle, et les nombreuses prédictions qui en découlent, valent le prix Nobel de physique à Gell-Mann en 1969.

Dans le modèle de Gell-Mann, les quarks sont des objets mathématiques permettant une classification prédictive des hadrons. La question se pose rapidement de savoir s'ils ont aussi une réalité physique. À la fin des années 1960, Jérôme Friedman, Henry Kendall et Richard Taylor entreprennent une version moderne de l'expérience de Rutherford, à l'accélérateur linéaire de

Stanford (SLAC) : ils font diffuser des électrons très énergétiques sur des protons et des neutrons, pour déterminer si ces particules ont une sous-structure. Ils trouvent que protons et neutrons sont constitués de particules de spin $1/2$ que Feynman nomme « partons ». Cette découverte leur vaut le prix Nobel de physique en 1990.

Ces partons ont des propriétés surprenantes. D'une part, il ne semble pas possible de les extraire des protons et neutrons qu'ils composent. D'autre part, plus les impulsions relatives des partons sont élevées, plus les interactions entre eux sont faibles. Est-ce que ces partons observés expérimentalement ont un lien avec les quarks abstraits de Gell-Mann, Ne'eman et Zweig ? La réponse arrive quelques années plus tard avec la formulation de la chromodynamique quantique (QCD).

Qu'est-ce que la chromodynamique quantique ?

La chromodynamique quantique (QCD), proposée en 1973 par Gell-Mann, avec Harald Fritzsch et Heinrich Leutwyler, est la théorie fondamentale de l'interaction forte. Elle décrit comment les quarks et des particules, appelées « gluons », sont assemblés pour former les hadrons, tels le proton, le neutron ou les pions. Elle décrit aussi les interactions qui assemblent protons et neutrons en noyaux atomiques, et de ce fait, ses équations décrivent la fusion et la fission nucléaires. La QCD est également indispensable pour décrire la nucléosynthèse primordiale

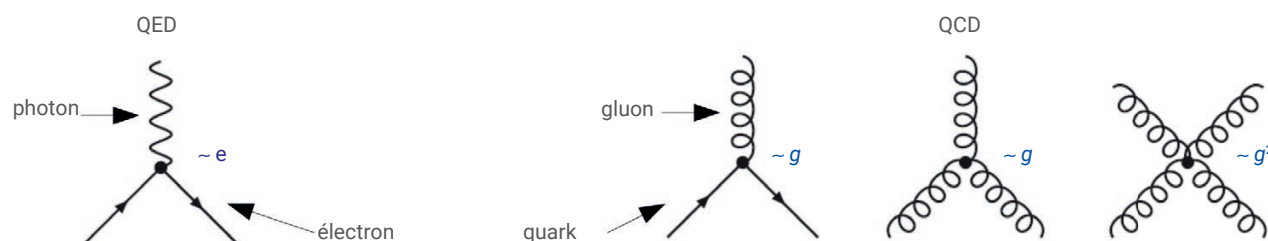
qui a lieu quelques minutes après le Big Bang. De plus, on la retrouve dans le cœur des étoiles à neutrons, où elle prédit de nouvelles phases exotiques de la matière nucléaire. La QCD est l'une des trois composantes du Modèle Standard de la physique des particules, qui comprend aussi une description de l'interaction faible et de la QED. Cela est illustré dans la figure 1 (p. 5), qui présente un bref récapitulatif du Modèle Standard (voir aussi [1]).

Dans le modèle de quarks de Gell-Mann, la couleur est un nombre quantique qui n'est pas source d'interaction. En QCD la couleur devient une symétrie dite de jauge, conférant à cette théorie une dynamique complexe. Dit autrement, pour Gell-Mann la couleur est une symétrie globale de l'interaction forte : l'interaction est invariante sous des transformations de couleur qui sont uniformes sur tout l'espace-temps. En QCD, la théorie devient invariante sous des transformations de couleur qui peuvent différer d'un point de l'espace-temps à un autre, donnant naissance à une notion de jauge propre à chaque point. Plus précisément, la QCD est la théorie de jauge quantique associée au groupe de jauge de couleur, d'où le nom « chromodynamique ». De même, la QED est la théorie de jauge quantique du groupe de jauge associé à la charge électrique. De façon plus générale, ces deux composantes du modèle standard sont des théories quantiques de champs relativistes. Ces théories sont obtenues en quantifiant des champs qui satisfont des équations relativistes du mouvement. Pour la QED, ce sont le champ électro-

magnétique et les équations de Maxwell et, pour la QCD, le champ de jauge de couleur et les équations de Yang-Mills.

Le formalisme de la QCD est donc une généralisation de celui de la QED. Ses seuls paramètres sont la charge de couleur g , qui est l'analogue de la charge électrique e , et les masses des quarks. Comme le photon qui transmet l'interaction électromagnétique, le gluon, responsable de l'interaction forte, n'a pas de masse. De surcroît, le gluon interagit avec les quarks comme le photon se couple à l'électron. La différence réside dans le fait que les gluons interagissent directement entre eux, ce qui n'est pas le cas des photons (fig. 3). Cette différence, qui peut paraître minime de prime abord, a des conséquences extraordinaires qui ont surpris les physiciens quand elles ont été mises en évidence mathématiquement par David J. Gross, H. David Politzer et Frank Wilczek en 1973 (prix Nobel de physique en 2004). En effet, comme toute théorie quantique de champs relativistes, la QED et la QCD permettent des fluctuations quantiques qui peuvent être représentées comme l'apparition, pour un temps très bref, de particules virtuelles, selon les règles données par les interactions élémentaires de la figure 3 et le principe d'incertitude de Heisenberg. Ces fluctuations polarisent le vide et rendent e et g dépendants de l'impulsion relative des particules qui interagissent.

>>>



3. Diagrammes de Feynman représentant les interactions de base de l'électrodynamique quantique (QED) et de la chromodynamique quantique (QCD).

À gauche, l'interaction de base de la QED, entre un photon et une particule chargée, ici un électron. Cette interaction a une intensité proportionnelle à la charge électrique de la particule, notée e .

À droite, les interactions de base de la QCD. Ici, comme l'électron avec le photon, le quark a une interaction avec le gluon qui est proportionnelle à la charge de couleur, g . Mais à la différence de la QED, où le photon ne porte pas de charge électrique, en QCD le gluon a une charge de couleur et peut interagir directement avec d'autres gluons. Cette différence est responsable de la propriété de liberté asymptotique que manifeste la QCD et qui est décrite dans le texte.

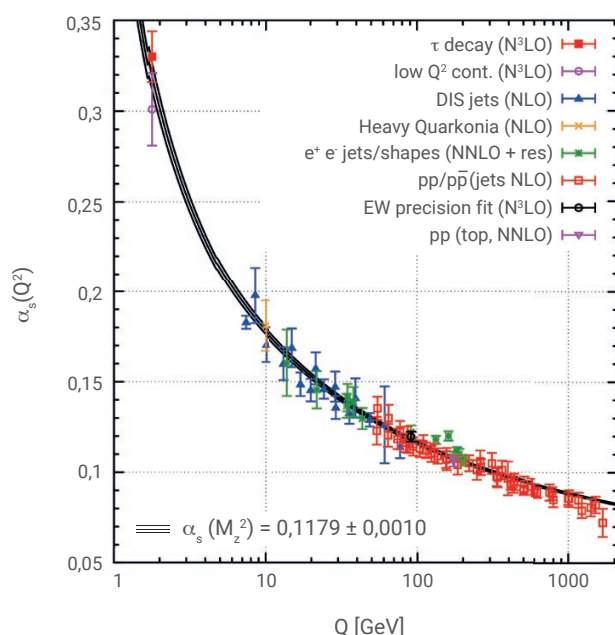
>>>

En QED, les fluctuations du photon en une paire virtuelle électron-positon ont pour effet d'augmenter la charge électrique effective des particules en interaction, au fur et à mesure que ces particules sont rapprochées. Il en va de même en QCD pour la charge chromo-électrique (notée g et aussi dite charge de couleur) de quarks ou de gluons, en réponse aux fluctuations du gluon en une paire quark-antiquark. Mais comme l'indique la figure 3, le gluon peut aussi fluctuer en gluons. Or ces fluctuations ont un effet opposé, plus grand que l'effet de la fluctuation en paire quark-antiquark. Le calcul de ces différentes contributions, par Gross, Politzer et Wilczek, a permis de montrer que l'intensité de l'interaction forte diminue lorsque la séparation entre quarks et gluons décroît ou lorsque s'accroissent leurs impulsions relatives^(a), contrairement à ce qui se passe en QED. Cette propriété surprenante de la QCD est connue sous le nom de « liberté asymptotique ». C'est sa présence qui a permis d'identifier la sous-structure en partons observée dans les expériences du SLAC mentionnées plus haut, avec les quarks mathématiques de Gell-Mann, Ne'eman et Zweig. Depuis le calcul de 1973, cette propriété a été confirmée dans de nombreuses expériences, dont celles du Grand collisionneur de hadrons (LHC) au Centre européen

pour la recherche nucléaire (CERN) [2]. Comme le montre la figure 4, l'envers de la médaille est que la charge de couleur devient de plus en plus grande lorsque la séparation entre quarks et gluons s'accroît. Elle devient si importante, d'ailleurs, que les physiciens pensent que quarks et gluons ne peuvent exister à l'état libre, sauf au sein de plasmas qui apparaissent lorsque ces particules sont soumises à des conditions de température extrêmes, telles qu'elles existaient peu après le Big Bang. Ce phénomène surprenant est connu sous le nom de « confinement ». Ce confinement de la couleur à basse énergie correspond, dans les équations de la QCD, à une très forte non-linéarité. Cette non-linéarité est tellement élevée et la théorie tellement complexe qu'il n'existe pas, aujourd'hui, de solutions analytiques générales qui permettent de décrire la physique des quarks et des gluons dans ce régime. La seule façon que les théoriciens ont de résoudre ces équations, en toute généralité, est numérique, à l'aide de simulations massivement parallèles en QCD sur réseau. Cela n'est pas le cas en QED, car la non-linéarité de cette théorie est faible, ce qui permet de décrire analytiquement les phénomènes qu'elle engendre, à l'aide de la théorie des perturbations et de développements limités.

Qu'est-ce que la QCD sur réseau ?

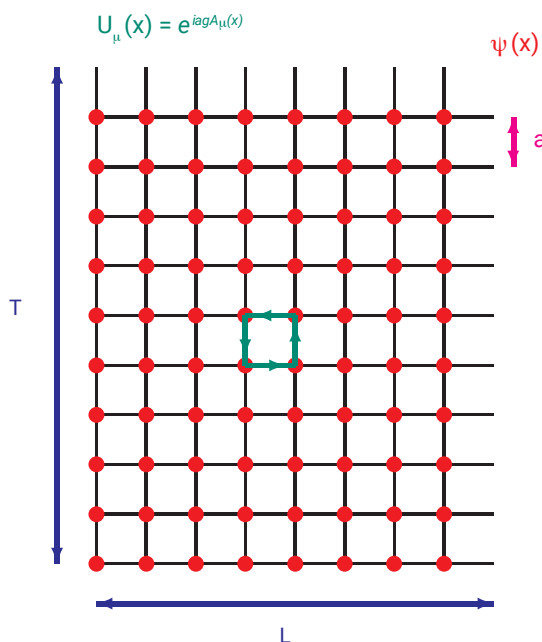
La QCD sur réseau est une formulation mathématique de la QCD qui permet de résoudre numériquement les équations de cette théorie dans son régime hautement non linéaire. Pour quantifier une théorie des champs, telle que la QCD, on utilise le formalisme de l'intégrale de chemins de Feynman. Ce formalisme généralise le principe de moindre action de la théorie classique. Pour calculer une amplitude quantique, au lieu de considérer la configuration des champs qui conduit à une valeur stationnaire de l'action, on somme sur toutes les configurations des champs possibles, en pondérant chacune par une fonction de son action classique. Cette intégrale est, en général, mal définie du point de vue purement mathématique. Pour la définir, il faut dans un premier temps limiter les contributions des configurations qui contiennent des excitations des champs dont les fréquences temporelles et/ou spatiales tendent vers l'infini. C'est ce qu'on appelle la « régularisation ». Une régularisation particulièrement bien adaptée aux calculs numériques en QCD est la théorie de jauge sur réseau. L'idée de base, proposée par Ken Wilson en 1974 (prix Nobel en 1982), est de représenter l'espace-temps de notre univers



4. Dépendance de la constante de couplage de l'interaction forte, $\alpha_s = g^2/(4\pi)$, en fonction de l'impulsion relative, Q , des quarks ou gluons, mesurée en GeV.

g est la charge de couleur. Cette constante de couplage est l'équivalent pour la QCD de la constante de structure fine, $\alpha = e^2/(4\pi)$, en QED. Comme expliqué dans le texte, les fluctuations quantiques en particules virtuelles procurent une dépendance en Q à ces deux « constantes ». Les points colorés sont les résultats de mesures, impliquant quarks et gluons, à diverses impulsions relatives [2]. Les diverses couleurs correspondent à différents types de processus décrits plus en détail par R. L. Workman *et al.* [2]. La courbe est le résultat d'un calcul en théorie des perturbations jusqu'à l'ordre α^5 ! Cette courbe théorique ne dépend que d'un seul paramètre et des masses des quarks. Ce paramètre, souvent noté Λ_{QCD} , correspond à une échelle d'énergie qui définit la QCD. Il est déterminé à partir de mesures de α_s , telles que celles présentées ici. L'accord entre l'expérience et la théorie est excellent, confirmant la liberté asymptotique de la QCD qui prédit que α_s décroît comme l'inverse d'un logarithme de Q , dans la limite Q tend vers l'infini.

D'après R.L. Workman *et al.* (Particle Data Group) [2].



5. Représentation bidimensionnelle du réseau d'espace-temps sur lequel les équations de la QCD sont discrétisées en QCD sur réseau.

La QCD est une théorie quantique de champs de quarks, $\psi(x)$, et de gluons, $A_\mu(x)$, définis pour toute quadricoordonnée x de l'espace-temps. Il y a un champ $\psi(x)$ par saveur de quark. L'indice μ de A_μ est un indice, dit de Lorentz, qui prend des valeurs entières entre 0 et 3. Les champs A_μ sont des matrices 3×3 hermitiennes de trace nulle, éléments de l'algèbre du groupe SU(3). Dans la version discrétisée, les champs de quarks ne sont définis que sur les sites du réseau et les champs de jauge, remplacés par leurs exponentielles U_μ , sur les liens entre ces sites. Cette formulation permet de préserver l'invariance de la théorie sous le groupe de couleur sur le réseau. La circulation du champ U_μ (circuit vert) autour d'une plaquette élémentaire donne la densité lagrangienne du champ de jauge en cet endroit du réseau. Ce réseau est hypercubique régulier, ici de maille a , avec un volume spatial L^3 et une dimension temporelle T . Dans les calculs de précision actuels, les réseaux les plus gros ont des mailles de l'ordre de 0,04 fm, avec des dimensions de l'ordre de 6 fm pour L et de 12 fm pour T . Ces valeurs sont à comparer par exemple au rayon électromagnétique du proton qui est d'environ 0,85 fm (1 fm = 10^{-15} m).

“La QCD sur réseau est une formulation mathématique de la QCD, qui permet de résoudre numériquement les équations de cette théorie dans son régime hautement non linéaire.”

comme un réseau régulier de points en quatre dimensions, sur lequel on écrit une version discrétisée des équations de la QCD (fig. 5).

La maille finie, a , du réseau élimine toutes les configurations contenant des excitations des champs qui ont une période plus petite que $2a$, régularisant ainsi la théorie. D'autre part, si on donne à ce réseau des dimensions spatiales et temporelle finies, son nombre de points, ainsi que la dimensionnalité de l'intégrale de chemin définie sur celui-ci, deviennent finis aussi. Cela permet donc, en principe, d'évaluer numériquement cette intégrale. En fait, la QCD sur réseau devient formellement équivalente à un système de physique statistique classique, et l'intégrale de chemin peut alors être calculée à l'aide de méthodes stochastiques de type Monte-Carlo.

Pour recouvrer la physique de l'espace-temps continu, on répète le calcul avec des mailles de plus en plus fines, puis on extrapole les résultats en a tend vers zéro, tout en fixant les dimensions physiques du réseau. Ici aussi s'exprime toute la complexité de la théorie quantique des champs et le fait que la discrétisation choisie doit préserver certaines symétries, en particulier ici la symétrie de couleur. On commence par choisir autant d'observables qu'il y a de paramètres. Ces paramètres sont ceux de la QCD, sans plus ni moins. Chaque observable est choisie pour sa sensibilité à l'un des paramètres et pour la précision avec laquelle elle est mesurée et peut être calculée sur réseau. Ensuite, pour chaque taille de maille, on ajuste les paramètres de la simulation pour reproduire les valeurs physiques de ces observables. Cette procédure est appelée « renormalisation ». L'existence de cette limite, dite « du continu », n'est pas garantie. C'est l'apanage des théories quantiques des champs asymptotiquement libres, dont fait partie la QCD. Pour parfaire le calcul, il faut ensuite faire tendre les dimensions physiques du réseau vers des grandeurs très supérieures à celles du système hadronique considéré, afin d'éliminer tous les artefacts dus à ces dimensions. Le point crucial est que la QCD sur réseau, une fois que sont prises les limites qui viennent d'être décrites, n'est pas une approximation ou une modification de la QCD. C'est simplement une façon de calculer en QCD qui permet de faire des prédictions même lorsque les méthodes usuelles de la théorie quantique des champs, telle la théorie des perturbations, ne sont pas applicables. Les prédictions de cette approche sont donc celles de la théorie fondamentale de l'interaction forte, mais il faut que suffisamment de simulations soient faites pour pouvoir interpoler les résultats aux masses physiques des quarks et pour que les limites décrites ci-dessus puissent être prises avec un contrôle complet sur les incertitudes associées.

Des calculs de QCD sur réseau sont menés depuis quarante ans, mais cela ne fait qu'une quinzaine d'années que des calculs ont pu commencer à être effectués avec une précision de l'ordre du pourcent, et cela pour des

>>>



© Photothèque CNRS/Cyril Frésillon.

6. Le supercalculateur « Jean Zay » est un de ceux acquis via la société GENCI (Grand équipement national de calcul intensif). Il est installé à l'IDRIS, centre national de calcul du CNRS. Il dispose d'une puissance de crête de 37 Pflop/s (37 millions de milliards d'opérations en virgule flottante par seconde).

>>>

observables relativement simples, telles que les masses de plusieurs hadrons, dont celle du proton, ou telles que les taux de certaines désintégrations simples de hadrons.

Pour rechercher des effets éventuels d'une physique fondamentale encore inconnue, nous devons aller au-delà, en visant les dixièmes de pourcent, pour des observables qui sont souvent plus complexes. Cela demande de prendre en compte des effets négligés jusqu'à récemment, tels ceux de l'interaction électromagnétique. Ces calculs nécessitent aussi d'effectuer des simulations sur des réseaux de plus en plus fins avec des volumes suffisamment grands, afin de réduire les incertitudes associées aux extrapolations vers un espace-temps continu et de dimension très supérieure à la taille du système hadronique étudié. Ces exigences font que les systèmes considérés doivent avoir de l'ordre de 10^{11} variables réelles, au sens informatique du terme. Il faut donc évaluer des intégrales, celles de Feynman, en 10^{11} dimensions. De plus, pour prendre en compte les fluctuations quantiques des quarks, il faut également inverser de très nombreuses fois des matrices d'ordre $10^{10} \times 10^{10}$. Tout cela nécessite des approches conceptuelles et des algorithmes extrêmement performants. C'est grâce aux travaux de théoriciens du monde entier que ces nombreux défis peuvent être portés. Néanmoins,

ces calculs prennent plusieurs mois sur des supercalculateurs de plusieurs dizaines milliers de cœurs. Aujourd'hui, les supercalculateurs utilisés en France sont ceux de GENCI (Grand équipement national de calcul intensif), situés à l'IDRIS (Institut du développement et des ressources en informatique scientifique) du CNRS, au TGCC (Très grand centre de calcul) du CEA et au CINES (Centre informatique national de l'enseignement supérieur) (cf. par exemple la figure 6). Et bientôt, pour faire avancer cette recherche d'une physique fondamentale encore inconnue, nous aurons accès à des supercalculateurs capables de milliards de milliards d'opérations par seconde, dans le cadre d'EuroHPC.

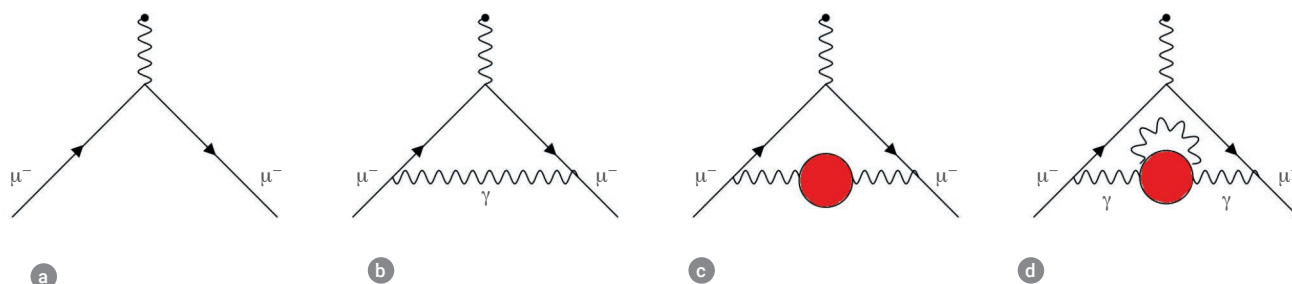
Une application récente : le moment magnétique du muon

Comme le suggère le rôle important joué par l'interaction forte en physique des particules et nucléaire, ainsi que dans ses répercussions pour l'astrophysique et la cosmologie, les applications de la QCD sur réseau sont nombreuses, bien trop nombreuses pour être mentionnées ici. Il en va de même pour les différentes équipes dans ce domaine de par le monde. En France, les équipes du Centre de physique théorique de Marseille, de l'Institut Denis Poisson de Tours, de l'IJCLab d'Orsay, du Laboratoire de

physique de Clermont-Ferrand et du LPSC de Grenoble travaillent sur de nombreux sujets, allant de la structure interne du proton à la contribution de l'interaction forte aux processus impliquant un quark lourd b , en passant par la QCD à température et densité finies. Ces calculs sont indispensables pour interpréter les résultats de grandes expériences auprès d'accélérateurs tels que le LHC, mais aussi pour comprendre l'histoire de l'Univers ou le cœur des étoiles à neutrons.

Ici, nous allons nous concentrer sur un sujet qui a suscité beaucoup d'intérêt récemment. Il s'agit du moment magnétique du muon. Comme indiqué dans la figure 1 (p. 5), le muon est un lepton, un cousin lourd et éphémère de l'électron. Il est 207 fois plus massif que ce dernier et a une durée de vie moyenne de $2 \mu\text{s}$. Comme l'électron, il possède une charge électrique et un spin $1/2$. Cela lui confère un moment magnétique dipolaire qui est proportionnel au produit de son spin et de sa charge, divisé par deux fois sa masse, avec une constante de proportionnalité g_μ , connue sous le nom de facteur de Landé. Ce facteur peut être déterminé expérimentalement en mesurant la fréquence de précession du spin du muon dans un champ magnétique uniforme.

Selon l'équation de Dirac de 1928, qui décrit l'évolution temporelle de la fonction d'onde d'une particule ponctuelle relativiste de spin $1/2$, g_μ est strictement égal à 2. Depuis le travail de Schwinger en 1948 (prix Nobel de physique en 1965), nous savons que cette valeur n'est qu'une approximation : en théorie quantique des champs relativistes, elle est corrigée par des fluctuations quantiques qui correspondent à l'échange de particules virtuelles du muon avec lui-même, avant et après son interaction avec le champ magnétique de l'expérience. Cela est montré dans la figure 7. Ces fluctuations quantiques impliquent, en principe, toutes les particules du Modèle Standard, mais aussi possiblement des particules que nous ne connaissons pas encore, si celles-ci existent et interagissent, même indirectement, avec le muon. À des degrés différents, ces particules contribuent toutes à la déviation de



7. Diagrammes de Feynman pour un muon (ligne pleine) qui diffuse sur un champ magnétique externe (ligne ondulée verticale qui se termine par un point). Ces diagrammes sont une illustration du processus et des effets pris en compte. Ils correspondent également à des expressions mathématiques précises.

(a) Diffusion simple, sans émission de particules virtuelles ; ce diagramme donne le résultat de Dirac, $g_\mu = 2$.

(b) Échange d'un photon virtuel (ligne ondulée horizontale) entre les muons entrant et sortant ; ce diagramme donne la première correction au résultat de Dirac, $a_\mu = \alpha/(2\pi) \sim 0,0116$, publiée par Schwinger en 1948.

Dans les diagrammes (c) et (d), le photon virtuel polarise le vide en une paire quark-antiquark qui interagit au travers de l'interaction forte (QCD) de façon hautement non linéaire, ce qui est représenté par un disque rouge. Ces diagrammes illustrent la contribution de polarisation hadronique du vide (HVP) à l'ordre dominant dans un développement en α . Pour des raisons qui vont au-delà de la présente discussion, les effets du diagramme (d) sont inclus dans le calcul de cette contribution, bien qu'ils soient sous dominants en α .

g_μ de la valeur donnée par l'équation de Dirac. Par abus de langage, cette déviation du facteur de Landé, $a_\mu = (g_\mu - 2)/2$, est appelée « moment magnétique anomal »^(b) du muon.

On arrive aujourd'hui à mesurer a_μ et à calculer sa valeur dans le Modèle Standard de façon extrêmement précise : toute déviation significative observée entre les deux nombres serait une preuve indirecte de l'existence d'une physique fondamentale qui va au-delà de nos connaissances actuelles. C'est d'ailleurs le principal intérêt d'étudier le moment magnétique anomal du muon. Des arguments dimensionnels indiquent que la contribution d'une particule lourde, de masse M , au $(g - 2)$ d'un lepton de masse m , est génériquement proportionnelle à $(m/M)^2$. Le $(g - 2)$ du muon est donc $(m_\mu/m_e)^2 \sim 43\,000$ fois plus sensible aux contributions de particules lourdes inconnues que ne l'est celui de l'électron. Cet argument indique que le $(g - 2)$ du lepton τ est encore plus sensible à de telles particules ; mais, jusqu'à présent, sa durée de vie moyenne très courte (3×10^{-13} s) a empêché de mesurer son moment magnétique de façon suffisamment précise.

Le 7 avril 2021, l'expérience « Muon $g-2$ » du Fermilab de Chicago a présenté la première mesure de a_μ depuis près de 20 ans. De nouveaux résultats de cette expérience ont été publiés le 10 août 2023, divisant par

deux leurs incertitudes [3]. Non seulement ces mesures confirment celle faite au Brookhaven National Laboratory vingt ans plus tôt, mais elles renforcent de façon significative la dissension avec la prédiction de référence du Modèle Standard [5]. De fait, la moyenne mondiale expérimentale de a_μ a une incertitude relative remarquable de 0,19 parties par million, et le désaccord avec la prédiction de référence est de 5,1 écarts-types [4]. Cela devrait impliquer que le Modèle Standard a été mis en défaut et que de nouvelles particules ou interactions pourraient être à l'œuvre.

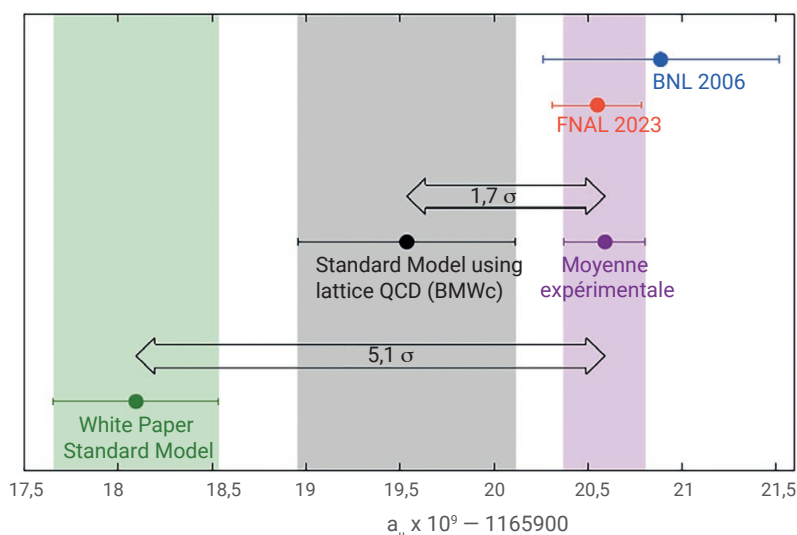
Au niveau de précision requis par l'expérience aujourd'hui, les effets des trois interactions et de toutes les particules du Modèle Standard doivent être pris en compte dans le calcul. Grâce au travail de nombreux physiciens au fil des ans, les contributions électromagnétiques dominantes et celles, beaucoup plus petites, de l'interaction faible ont déjà été calculées avec une précision au-delà de celle requise, même pour les mesures à venir [4]. Ce n'est pas le cas des contributions de l'interaction forte [4]. En effet, comme indiqué plus haut, cette interaction devient hautement non linéaire à basses énergies, pertinentes ici pour le calcul de a_μ .

La contribution la plus incertaine à la prédiction de a_μ est donc hadronique : c'est celle de la polarisation hadroni-

que du vide (HVP) qui est représentée dans la figure 7. Elle contribue à hauteur de 85% à l'erreur théorique totale au carré. Pour obtenir la prédiction de référence, les effets non perturbatifs dans la détermination de cette contribution sont calculés à l'aide de propriétés fondamentales de la théorie quantique des champs (unitarité et analyticité). Celles-ci permettent de relier cette contribution à des mesures effectuées auprès de collisionneurs électron-positon. Cette approche exacte dépend seulement de la précision des mesures. Elle a été développée et améliorée depuis plus de cinquante ans, notamment par Davier *et al.* [5], conduisant au désaccord discuté plus haut.

Vu l'importance de cette contribution pour le sort du Modèle Standard, plusieurs équipes de QCD sur réseau se sont mises à la calculer aussi. Il s'agit ici de calculer les effets des diagrammes (c) et (d) de la figure 7, directement à partir des équations de ce modèle, sans paramètre supplémentaire. Le calcul de la collaboration « Budapest-Marseille-Wuppertal » (BMWc) [6] est le premier à rivaliser en précision avec la prédiction de référence. Pour surmonter les nombreux défis présentés par un tel calcul, BMWc a dû mettre en œuvre de nombreuses avancées théoriques, algorithmiques et numériques, et mettre à contribution parmi les plus gros supercalculateurs europ ens^(c).

>>>



8. Comparaison de différentes déterminations théoriques et expérimentales du moment magnétique anomal du muon, $a_\mu = (g_\mu - 2)/2$. Le résultat "White Paper Standard Model" correspond à la prédiction de référence du Modèle Standard [4]. Dans cette prédiction, la contribution HVP est obtenue à partir de données de collisionneurs e^+e^- . Comme indiqué, ce résultat se trouve à 5,1 écarts-types de la moyenne pondérée des mesures expérimentales de Brookhaven (BNL) et de Fermilab (FNAL). Le résultat "Standard Model with BMWc lattice LO-HVP" correspond à la prédiction du Modèle Standard dans laquelle la contribution HVP de référence est remplacée par celle du calcul en QCD sur réseau de [6]. Avec ce remplacement, la prédiction du Modèle Standard ne se trouve plus qu'à 1,7 écart-type de la mesure expérimentale.

>>>

Pour une évaluation précise, sont calculées séparément de nombreuses sous-contributions qui ont des dépendances sur les paramètres des simulations souvent très différentes. Cela permet d'adapter les calculs et les analyses afin de contrôler les incertitudes de chacune de ces contributions au mieux. Il y en a une vingtaine, chacune calculée avec plusieurs valeurs des masses de quarks autour des masses physiques, et sur des réseaux de maille et de volume différents. Cela permet d'interpoler précisément les résultats à ces valeurs physiques des masses des quarks et de les extrapoler vers la limite d'un espace-temps continu et de grande dimension, comme discuté dans la partie précédente. Chacune des sous-contributions nécessite donc son propre calcul, avec son propre code et une analyse dédiée, qui permet d'extraire la contribution physique voulue des résultats bruts des supercalculateurs. Ces analyses mettent en œuvre une étude complète des incertitudes statistiques et systématiques, associées notamment aux différentes limites

qui doivent être prises. Comme montré dans la figure 8, lorsque ce calcul remplace celui basé sur les données d'annihilation électron-positon dans la prédiction de référence du Modèle Standard [4], l'écart avec la valeur expérimentale est réduit de façon significative. Cela suggère que le Modèle Standard pourrait suffire pour expliquer l'expérience, mais au prix d'un désaccord entre les deux résultats théoriques.

Depuis la publication des résultats de ce calcul en 2021, huit autres équipes de QCD sur réseau ont évalué une sous-partie de la contribution HVP à a_μ . Celle-ci est beaucoup plus simple à calculer que la contribution HVP complète. Leurs résultats sont en accord total avec celui de BMWc. Ils confirment notamment le désaccord significatif avec le résultat de l'approche de référence pour cette sous-contribution.

D'autre part, une collaboration expérimentale, appelée CMD-3, a fait une nouvelle mesure de la section efficace utilisée dans l'approche de référence. Cette mesure a été faite auprès du collisionneur électron-positon de Novosibirsk en Russie. Prise seule, celle-ci met la prédiction de l'approche de référence en accord avec celle de BMWc, cette fois au prix de dissensions avec certaines des autres mesures de cette section efficace.

En parallèle, plusieurs travaux ont commencé à mettre en évidence des raisons possibles pour ces divers désaccords, notamment ceux de Davier *et al.*, avec la collaboration expérimentale BaBar d'un côté et BMWc de l'autre. De surcroît, de nouvelles mesures de la section efficace électron-positon, ainsi que de nouveaux calculs en QCD sur réseau, sont en cours. La situation devrait donc être clarifiée bientôt, et la précision de la prédiction du Modèle Standard, améliorée. Cela devient critique, car Fermilab promet une mesure deux fois plus précise d'ici fin 2025, et une seconde expérience est en cours de construction au J-PARC japonais. Le Modèle Standard devra-t-il être remis en question à l'issue de tout ce travail ? ■

1• « Le modèle standard », *Élémentaire* 6 (2006). <https://cutt.ly/elementaire-telechargeable>

2• R. L. Workman *et al.* [Particle Data Group], "Review of Particle Physics", *PTEP* 2022 (2022) 083C01.

3• D.P. Aguillard *et al.*, "Measurement of the Positive Muon Anomalous Magnetic Moment to 0.46 ppm", *Phys. Rev. Lett.* **131** (2023) 161802.

4• T. Aoyama *et al.*, "The anomalous magnetic moment of the muon in the Standard Model", *Physics Reports* **887** (2020) 1-166.

5• M. Davier *et al.*, "A new evaluation of the hadronic vacuum polarization contributions to the muon anomalous magnetic moment and to $\alpha(m^2)$ ", *European Physics Journal C* **80** (2020) 241. [Erratum : *Eur. Phys. J. C* **80** (2020) 410].

6• Sz. Borsanyi *et al.*, "Leading hadronic contribution to the muon magnetic moment from lattice QCD", *Nature* **593** (2021) 51-55.

(a) En physique quantique, les courtes distances correspondent à de grandes impulsions, et inversement.

(b) L'adjectif « *anomal* » se réfère au fait que cette déviation de la prédiction de l'équation de Dirac (décrite p. 11) fit figure d'anomalie lorsque le moment magnétique de l'électron fut mesuré avec suffisamment de précision pour la détecter dans les années 1940.

(c) Pour ce travail : ceux du Forschungszentrum Jülich, du Leibniz Supercomputing Centre München, du High Performance Computing Center Stuttgart en Allemagne ; Turing et Jean Zay à l'Institut du développement et des ressources en informatique scientifique (IDRIS) du CNRS et Joliot-Curie au Très grand centre de calcul (TGCC) du CEA en France, acquis *via* la société GENCI (Grand équipement national de calcul intensif).